**Уравнения** **и** **неравенства**

**Равносильность уравнений**

**Что следует уточнить, принимаясь за решение уравнений?**

При решении уравнений используются следующие термины:

* *неизвестное* - буква для обозначения какой – либо неизвестной величины;
* *уравнение* – два выражения с неизвестными, соединенные знаком равенства;
* *область допустимых* *значений* (ОДЗ), *уравнения* – множество значений которые могут принимать неизвестные, входящие в уравнение;
* *решение* *уравнения* – набор значений неизвестных (из ОДЗ), при подстановке которых уравнение превращается в верное числовое равенство;
* *решить* *уравнение* (найти корни уравнения) – найти, описать все решения уравнения. Может оказаться, что уравнение решений не имеет, т.е. множество его решений пусто.

**Какие формулы полезно помнить при решении простейших уравнений?**

|  |  |
| --- | --- |
| Линейное уравнение ax = b | $x=\_{a}^{b}$ , a$\ne 0$ |
| Уравнение с модулем $ \left|x-a\right|$= b | $$x\_{1}=a-b;x\_{2}=a+b, b>0$$ |
| Степенное уравнение xn = a | $$x\_{1}=\sqrt[n]{a},n-нечетно$$$$x\_{1,2}=\pm \sqrt[n]{a },n-четно и a\geq 0$$ |
| Квадратное уравнение: ax2 + bx + c = 0 | $$x\_{1,2}=\frac{-b\pm \sqrt{D}}{2a}, a\ne 0, D=b^{2}-4ac\geq 0$$ |
| Иррациональное уравнение $\sqrt{x}=b$ | $$x=b^{2}, b\geq 0, ∅ при b<0$$ |
| Показательное уравнение * ax = b (a$>0, a\ne 1)$
* ax = ac (a$>0, a\ne 1)$
 | $$x=log\_{а}b, b>0, ∅ при b\leq 0 $$$$x=c$$ |
| Логарифмическое уравнение $ log$a$x=b $*(a*$>0, a\ne 1)$ | $$x=a^{b}$$ |
| Тригонометрическое уравнение:* $\sin(x)=a\left(\left|a\right|\leq 1\right)$
* $\cos(x)=b\left(\left|b\right|\leq 1\right)$
* $tg x=a, ctg x=b$
 | $x=(-1)^{n}\arcsin(a\pm nπ)$,$$x=\pm \arccos(b+2nπ, n ϵ Z)$$$$x=arctg a+nπ, x=arcctg b+nπ, n ϵ Z$$ |

**Основные приемы решения уравнений**

1. *Разложение* *на* *множители*.

Если уравнение равносильными преобразованиями удается привести к виду □·○ = 0,

то оно равносильно $\left\{\begin{array}{c}○=0\\□=0\end{array}\right.$ при условии сохранения ОДЗ.

1. *Выделение множителя в алгебраическом выражении*.
2. *Способ группировки.*
3. *Сокращение общего множителя.*

*2.Замена неизвестного*

Анализируя внешний вид уравнения, стараются заметить его симметрию – часто можно увидеть, что сложное выражение зависит лишь от некоторого блока – повторяющегося выражения.

 Некоторые замены встречаются наиболее часто.

1. Биквадратное уравнение x4 + px2 + q = 0 заменой x2=y приводится к квадратному

y2 + py + q = 0

1. Возвратное уравнение 𝑥4 + a𝑥3 + b𝑥2 +a𝑥 + 1 = 0 .
2. Однородное уравнение sin2𝑥 + 𝑝sin$x$cos𝑥 + 𝑞cos2𝑥 = 0 .
3. Замены в показательных уравнениях.

Показательные уравнения обычно приводят заменой неизвестного к линейному или к квадратному уравнению.

*Замечание* *об области определения нового неизвестного*. Обозначая в некотором уравнении с неизвестным 𝑥 выражение f(𝑥) за новое неизвестное 𝑦, приходим к уравнению с неизвестным 𝑦.

Область определения 𝑦 совпадает с областью значений функции $y$= f(𝑥).

Отмечать (если это несложно) область значений 𝑦 полезно, так как это, во-первых, может упростить решение уравнения относительно 𝑦.

Во-вторых, внимание к области значений может предостеречь от случайных ошибок.

Примеры

**Выделение линейного множителя**

\*$f\left(x\right)=x^{3}+6x-7.$

Легко заметить, что $f\left(1\right)=0.$ Следовательно, $f\left(x\right)$ делится на $x-1$. Второй множитель можно найти либо делением «столбиком», либо «заставляя» $f\left(x\right)$ разделиться на $x-1$:

$$x^{3}+6x-7=x^{3}-x^{2}+x^{2}-x+7x-7=\left(x-1\right)\left(x^{2}+x+7\right).$$

**Разложение многочлена на множители способом группировки**

\*$x^{5}+x+1=x^{5}-x^{2}+x^{2}+x+1=x^{2}\left(x^{3}-1\right)+\left(x^{2}+x+1\right)=x^{2}\left(x-1\right)\left(x^{2}+x+1\right)+x^{2}+x+1== =(x^{2}+x+1)(x^{3}-x^{2}+1)$;

**Замена неизвестного**

\*$15∙2^{x+1}+15∙2^{2-x}=135. $

После замены $2^{x}=y получим 15∙2y+15∙\frac{4}{y}=135⇔2y+\frac{4}{y}=9⇔2y^{2}-9y++4=0; \begin{array}{c} \\y\end{array}\_{1}=4, y\_{2} =\frac{1}{2} . Поэтому либо 2^{x}=4; x\_{1}=2, либо 2^{x}=\frac{1}{2}; x\_{2}=-1. $

Ответ: -1; 2.

***Домашнее задание***

***1.Сделать конспект в тетради***

***2.Ответить на вопросы и упражнения ( ответы отправить на эл. почту преподавателя)***

Вопросы и упражнения

1. Что означает решить уравнение?
2. Можно ли утверждать, что уравнение решено, если определено, что у него нет корней?
3. Может ли произойти потеря корней при переходе от уравнения вида $∙○=0 $к совокупности уравнений □=0, ○=0? Могут ли при этом появиться посторонние корни?
4. Какие замены неизвестного встречаются наиболее часто?